**Transformada de Fourier 2D**

Bienvenidos a este séptimo video de "Aplicaciones de la Transformada de Fourier". En esta sección extenderemos los aprendizajes de la Transformada de Fourier a 2 dimensiones en forma continua y discreta, ya que estos contenidos que serán utilizados durante el curso.

La Transformada de Fourier en se define como

donde

La Transformada de Fourier inversa en se define de la siguiente manera:

Transformada de Fourier inversa

donde

**Funciones separables**

Veamos que sucede si intentamos calcular la Transformada de Fourier bidimensional de una función separable

Vemos que el cálculo de la Transformada de Fourier de funciones separables es trivial, es simplemente la multiplicación de las Transformadas de Fourier individuales en cada una de las variables independientes.

Ejemplo: rect bidimensional

El resultado anterior nos permite calcular muy fácilmente la Transformada de Fourier de un en:

Esto que nos entrega nuestro primer par de Fourier en dos dimensiones:

**Transformadas de Fourier parciales**

Consideremos nuevamente la definición de la Transformada de Fourier en :

La integral interior es la Transformada de Fourier 1D de con respecto a . Para encontrar el resultado completo falta tomar otra Transformada de Fourier 1D, esta vez respecto a la otra variable . Esto se podría hacer en el orden inverso también.

De esta manera podemos introducir el concepto de la **Transformada de Fourier parcial**. En este caso, hay dos transformadas posibles:

Transformadas de Fourier parciales

Y

De esta manera

**2D DFT**

La Transformada de Fourier Discreta en o 2D-DFT, se define como

Tal como en el unidimensional, esta Transformada solo opera para señales periódicas. En esta definición k y l son versiones muestreadas de frecuencia espacial.

2D-DFT Inversa:

La Transformada de Fourier discreta 2D inversa se define como:

Ejemplo: Impulso de línea

Supongamos la secuencia de ancho y largo finito

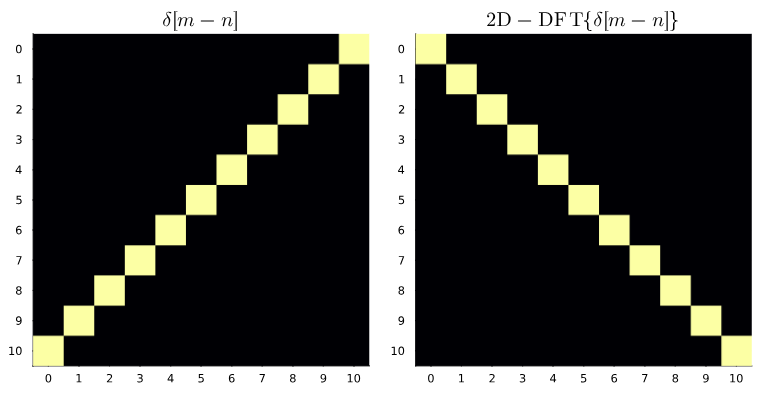
es decir un impulso de línea discreto contenido en un cuadrado.

Utilizando la definición, tenemos

Como solo tenemos valores distintos de cero en la diagonal, solo necesitamos sumar en esos puntos, es decir

Recordando que las exponenciales complejas son ortogonales, esta suma solo tendrá el valor N cuando . Y como la función solo nos interesa en , entonces,

A continuación se grafican esta secuencia a la izquierda y su 2D-DFT a la derecha, para el caso N=11.



Periodicidad

La 2D-DFT es periódica de período (M,N), es decir

2D-DFT es una operación periódica en frecuencia

de la misma forma, la señal en el dominio espacial también es periódica

La 2D-DFT es una operación periódica en el espacio

MUX = NVY = 1

Recordemos que una señal discreta puede ser periódica solo si el período es un múltiplo entero del período o intervalo de muestreo.

En el muestreo en , el intervalo es y el período es , el inverso del intervalo de muestreo en la frecuencia. Entonces debe cumplirse que

donde es este múltiplo entero. De manera análoga,

en el caso de la dimensión y, con el múltiplo entero N.

Entonces, la 2D-DFT se puede obtener a partir del muestreo en frecuencia de la DSFT mediante el muestreo en frecuencia de la DSFT

La 2D-DFT también se puede obtener a partir del muestreo en el espacio de la 2D-DFFT medianteel muestreo en el espacio de la 2D-DFFT